

---

В.И. Маевский, С.Ю. Малков, А.А. Рубинштейн

ТЕОРИЯ И МОДЕЛЬ  
ПЕРЕКРЫВАЮЩИХСЯ ПОКОЛЕНИЙ  
ОСНОВНОГО КАПИТАЛА

Москва  
Институт экономики  
2015

**Маевский В.И., Малков С.Ю., Рубинштейн А.А.** Теория и модель перекрывающихся поколений основного капитала. – М: Институт экономики РАН, 2015 – 42 с.

ISBN 978-5-9940-0528-6

В экономической науке существует ортодоксальная модель OLG – перекрывающихся поколений населения, но отсутствует теория и модель OLGC – перекрывающихся поколений основного капитала. В настоящей работе предпринята попытка построить и протестировать на реальной статистической информации простейший вариант модели OLGC. При построении модели использована, во-первых, незаслуженно забытая мейнстримом теория кругооборота и воспроизводства капитала. (В развитие этой теории сформулирована новая концепция так называемого переключающегося режима воспроизводства и на этой основе построена простейшая схема мезоэкономического механизма денежного обращения. Именно этот механизм имитирует модель OLGC.) Во-вторых, использована разрабатываемая в рамках эволюционной экономической теории концепция «координации в движении» акторов сложных экономических систем. Этот тип координации принципиально отличается от аналогов, используемых в ортодоксальной теории. Тестирование OLGC на данных статистики США продемонстрировало реалистичность эволюционного типа «координации в движении» акторов модели.

**Ключевые слова:** перекрывающиеся поколения, основной капитал, кругооборот денег, воспроизводство капитала, наличные деньги, безналичные деньги, амортизация, переключающийся режим воспроизводства, координация в движении.

**Классификация JEL:** B12, B31, C32, E21, E22, E23, E50.

**Mayevsky V.I., Malkov S.Y., Rubinstein A.A.** Overlapping Generations of Fixed Capital Theory and Model. Moscow, Institute of Economy RAS. 2015. – 42 p.

In economics there is an orthodox model OLG – overlapping generations the population, but no theory and model OLGC – overlapping generations of fixed capital. In this paper we attempt to build and test on real statistics simplest version of the OLGC model. In constructing the model we used, firstly, undeservedly forgotten theory of circulation and reproduction of capital. (To develop this theory, it formulated a new concept of so-called shifting mode of reproduction, as well as a scheme mesoeconomic mechanism of monetary circulation. It is this mechanism, which the mathematical model OLGC simulates.) Secondly, we have used an evolutionary economic theory within which is considered a special type of co-ordination of complex economic systems - imperfect coordination in motion. This type of coordination is fundamentally different from its analogues used in the orthodox theory. Testing the OLGC to US statistics showed realistic evolutionary type of dynamic coordination of actors model.

**Keywords:** overlapping generations, fixed capital, money circulation, reproduction of capital, cash, cashless money, depreciation, shifting mode of reproduction, coordination in motion.

**JEL Classification:** B12, B31, C32, E21, E22, E23, E50.

© Маевский В.И., Малков С.Ю., Рубинштейн А.А., 2015

© Институт экономики РАН, 2015

© Валериус В.Е., дизайн 2015

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Глава I. <b>Основные акторы OLGC-модели</b> .....	7
Глава II. <b>Элементы теории перекрывающихся поколений основного капитала</b> .....	10
Глава III. <b>Математическая модель OLGC</b> .....	19
Глава IV. <b>Условия скоординированного роста</b> .....	25
Глава V. <b>Тестирование модели OLGC и условия (10) на статистике США</b> .....	29
Заключение.....	35
Приложение .....	36
Литература .....	40

## Введение

Население страны и основной капитал экономики страны сближает то, что они комплектуются из поколений разного возраста, или — из перекрывающихся поколений (OLG — Overlapping Generations). Если высокий удельный вес старших поколений в численности населения свидетельствует об успехах здравоохранения и социальной политики в целом, то высокий удельный вес старших поколений основного капитала, напротив, о низких темпах роста экономики, о ее неконкурентоспособности относительно других экономик. В первом случае обостряются проблемы пенсионной и налоговой политики, во втором — проблемы активизации экономического роста. Очевидно, что эти проблемы должны изучаться теоретиками. Отчасти так оно и происходит.

Так, полвека назад американский экономист П. Даймонд — лауреат Нобелевской премии 2010 г., опираясь на разработки П. Самуэльсона, построил модель OLG — перекрывающихся поколений населения, в которой одновременно действуют две группы индивидов: молодая и старая. Индивиды, входящие в молодое поколение, работают и, получая доход от труда, одну часть потребляют, другую сберегают на старость. Соответственно, индивиды, входящие в старое поколение (пенсионеры), не работают, они тратят свои сбережения (Diamond, 1965).

До сих пор модель OLG остается одной из актуальных тем в *ортодоксальной* макроэкономической теории. Ее обсуждению и развитию посвящено большое число работ, в частности, исследования (Acemoglu, 2008; Blanchard, Fischer, 1989; Romer, 2006). В настоящее время усилиями Г. Зодрова и Дж. Даймонда модель OLG интегрирована в динамическую модель вычислимого общего

равновесия и используется для решения практических задач в области налоговой политики (Zodrow, Diamond, 2013).

Казалось бы, наряду с моделью OLG должна существовать модель OLGС (Overlapping Generations of Fixed Capital) – перекрывающихся поколений основного капитала. Такая модель не менее важна для экономической теории и практики, нежели модель OLG. К тому же имеет место определенное сходство процессов накопления и расходования сбережений, осуществляемых поколениями населения и собственниками поколений основного капитала. Например, собственники молодых поколений основного капитала должны сберегать часть выручки на цели будущего обновления основного капитала. Напротив, собственники старого основного капитала должны расходовать ранее накопленную амортизацию (плюс часть прибыли, плюс кредиты и т.д.) для текущего обновления этого основного капитала.

Однако модели типа OLGС отсутствуют в мировой экономической литературе. Хотя основной капитал учитывается в большинстве моделей роста как фактор производства, а в некоторых моделях рассчитывается и учитывается возрастная структура основного капитала (Hagemann et al, 2003), особенности функционирования экономики, возникающие вследствие сосуществования разных поколений основного капитала, до сих пор остаются за пределами экономического мейнстрима. Соответственно, практика не обладает инструментами анализа экономического роста с точки зрения смены поколений основного капитала.

Тот факт, что представители ортодоксального направления экономической теории построили модель OLG, но не разработали модель OLGС, нельзя назвать случайным. Дело в том, что данное направление не занимается изучением кругооборота и воспроизводства капитала. Процессы превращения физического капитала в денежный капитал, а затем обратного превращения денежного капитала в физический не интересуют его. Но именно эти процессы неизбежно оказываются в центре внимания при построении OLGС-модели.

Далее, несмотря на то что ортодоксальные теоретики активно исследуют конкурентные отношения, они индифферентны к тому факту, что между собственниками различных поколений

основного капитала возникают специфические конкурентные отношения. Так, собственники, владеющие молодым основным капиталом, как правило, имеют конкурентные преимущества перед собственниками, владеющими старым основным капиталом. Однако эти преимущества недолговечны. С течением времени ситуация меняется. Основным капитал первой группы собственников стареет, а собственники старого капитала совершают акт обновления: заменяют старый капитал новым. Теперь собственники омоловившегося капитала обретают конкурентные преимущества, и т.д. Ортодоксия не изучает такого рода смены конкурентных преимуществ, но именно они порождают особый тип экономической координации — так называемую координацию в движении.

Итак, мы полагаем, что ортодоксальная методология не готова к созданию OLGС-модели. Более подходит для этой цели аутсайдерская теория кругооборота и воспроизводства капитала, а также эволюционная экономическая теория, в рамках которой рассматривается упомянутый выше особый тип экономической координации сложных экономических систем.

В настоящей работе предпринята попытка построить и протестировать на реальной статистической информации простейший вариант модели OLGС, построенной на идеях воспроизводственной и эволюционной теорий. С этой целью в главе I дается описание акторов OLGС-модели, а также объясняется, почему данная модель является моделью мезоуровня. В главе II сформулированы элементы теории перекрывающихся поколений основного капитала. В главе III дается описание математической модели OLGС. В главе IV предлагается гипотеза совершенной координации сложной экономической системы. В главе V осуществлено тестирование модели OLGС на статистических данных США за 1947–2010 гг.

Авторы выражают признательность С.Г. Кирдиной за творческое соучастие в подготовке настоящего доклада. Мы благодарны В.Е. Дементьеву, предоставившему качественный обзор моделей, близких к нашей теме.

## Основные акторы OLGС-модели

Будем рассматривать феномен перекрывающихся поколений основного капитала применительно к так называемой самовоспроизводящейся экономике замкнутого типа. Т.е. речь пойдет об экономике, которая осуществляет собственными силами как полноценное воспроизводство основного производственного капитала (назовем этот процесс программой **A**), так и производство всех видов потребительских благ, включая все остальные производственные блага (назовем этот процесс программой **B**). Предлагаемый образ экономики можно считать абстрактным для стран, где внешнеэкономические отношения играют большую роль. Но он же оказывается вполне реалистичным, если в качестве объекта исследования рассматривается мировая экономика в целом или группа стран (и даже отдельная страна), где решающую роль играют внутриэкономические отношения.

В рамках самовоспроизводящейся экономики замкнутого типа мы выделяем три группы акторов.

1. Ключевую группу акторов, которая сосредоточена в нефинансовом секторе экономики. В нее входят собственники так называемых разновозрастных макроэкономических подсистем  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$ . Предполагается, что эти подсистемы способны выполнять и программу **A**, и программу **B**. Каждая подсистема из набора  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$  – это не отдельно взятая отрасль и не конкретный вид деятельности или отдельный регион. Это своего рода «малая» макроэкономика, в которую включены все отрасли экономики, все виды деятельности, все регионы и которая ничем не отличается от других «малых» макроэкономик с точки зрения удовлетворяемых ею различных видов базовых потребностей общества. Главное отличие между такими подсистемами («малыми» макроэкономиками) в том, что каждая из них располагает основным производственным капиталом определенного возраста. Но это отличие не является единственным.

Действительно, упорядочим подсистемы таким образом, что в период времени  $(t_0; t_1)$  собственники подсистемы  $G_1$  обладают самым молодым поколением основного капитала, а собственники подсистемы  $G_N$  — самым старым. Тогда в условиях *инновационно-го прогресса* подсистема  $G_1$  будет располагать более эффективными технологиями и производить более разнообразную и «продвину-тую» продукцию и услуги, чем подсистемы  $\{G_2, G_3, \dots, G_N\}$ . Соответственно, подсистема  $G_2$  будет иметь аналогичные преимущества относительно  $\{G_3, G_4, \dots, G_N\}$  и т.д. Таково второе отличие подсистем друг от друга.

В этом смысле наш подход близок теории многоуровневой экономики Ю.В. Яременко (Яременко, 2000), а также ряду других теорий родственного типа<sup>1</sup>. В теории Яременко множество хозяйственных подразделений ( $S$ ) разделено на группы  $S = \{S_1, \dots, S_\gamma, \dots, S_\omega\}$  по уровням (рангам) качества  $\gamma$ , где «ранг каждой группы будет выражаться одновременно характером технологии, свойствами вовлекаемых ресурсов и выпускаемой продукции, между которыми существует непосредственная взаимозависимость и вытекающее отсюда качественное единство»<sup>2</sup>. Яременко присваивает самый низкий уровень качества группе  $S_1$ , самый высокий — группе  $S_\omega$ . Проецируя это правило ранжирования на наши разновозрастные подсистемы  $G = \{G_1, G_2, \dots, G_N\}$ , можно сказать, что «низкокачественной» группе  $S_1$  соответствует подсистема  $G_N$ , обладающая самым старым основным капиталом, «высококачественной» группе  $S_\omega$  — подсистема  $G_1$ , оснащенная самым молодым основным капиталом.

Однако отличие нашего подхода от вышеперечисленных весьма существенное. Технологические уклады, техноэкономические парадигмы, макрогенерации рождаются, живут и умирают. Напротив, макроэкономические подсистемы  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$ , поскольку они воспроизводят свой основной капитал, не умирают. Разумеется, в

1. Имеются в виду теории техноэкономических парадигм К. Фримена и К. Переса (Friman, Perez, 1988), технологических укладов С.Ю. Глазьева (Глазьев, 1993) и макрогенераций В.И. Маевского (Маевский, 1997). Пионерным мы считаем исследование Ю.В. Яременко, его теория впервые была опубликована в 1979 г.
2. Цитируется по посмертному изданию (Яременко, 2000, с. 32). Суть теории Ю.В. Яременко в том, что чем выше качественный уровень группы  $S$ , тем более качественные ресурсы она получает. Ресурсная несбалансированность в экономике генерирует либо процессы замещения ресурсов, либо процессы их компенсации.

ходе воспроизводства основного капитала (программа А) собственник каждой подсистемы наряду с заменой старого основного капитала на новый осуществляет замену технологий, способов организации труда и производства, рутин и т.д. Происходит смена укладов, парадигм, макрогенераций, но, повторяем, сама подсистема как объект собственности остается.

Учитывая это отличие, можно утверждать, что в условиях инновационного прогресса продукты-агрегаты  $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}$  (где номер отдельного продукта-агрегата соответствует номеру создающей его подсистемы) не идентичны друг другу по своему вещественному составу, несмотря на то что каждый продукт-агрегат удовлетворяет одни и те же базовые потребности общества. Данное утверждение означает, что хотя OLGC-модель состоит из макроэкономических подсистем, она оперирует не одним продуктом-агрегатом, а  $N$  видами взаимозаменяемых, но разнокачественных продуктов-агрегатов. По этой причине OLGC-модель можно отнести к классу *мезоэкономических* моделей.

2. Другая группа акторов OLGC-модели – это работники домашних хозяйств  $\{H_1, H_2, \dots, H_N\}$ , каждое из которых привязано к соответствующей по номеру подсистеме  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$ . Важная деталь: в отличие от моделей OLG в OLGC-модели численность работников каждого домашнего хозяйства, их рост во времени и дифференциация по возрасту не рассматриваются. В центре внимания будет процесс получения и расходования денежного вознаграждения работниками домашних хозяйств. Поскольку потребительские блага, создаваемые подсистемами, по-разному удовлетворяют базовые потребности домашних хозяйств, потребительские предпочтения домашних хозяйств к благам, производимым каждой подсистемой, могут быть не идентичны друг другу.

3. Отдельным актором модели является «государство». Этот термин включает в себя ряд макроэкономических субъектов управления. В базовой модели OLGC основное внимание уделено центральному банку, управляющему денежной эмиссией. Кроме того, в модели в самом простом виде учитывается действие инвестиционного банка, перераспределяющего временно свободные ресурсы на цели воспроизводства основного капитала.

## Элементы теории перекрывающихся поколений основного капитала

*Основная теоретическая проблема, возникающая на пути построения модели OLGС. Мы намерены построить такую модель, которая имитирует экономические отношения, возникающие между подсистемами  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$ , домашними хозяйствами  $\{H_1, H_2, \dots, H_N\}$  и центральным банком – эмиссионным центром экономики. Для этого нужно знать, как действует мезоэкономический механизм обращения денежных средств, опосредующий данные отношения. Но именно по данному вопросу возникают серьезные затруднения.*

Дело в том, что в основе интересующего нас мезоэкономического механизма лежат различного рода кругообороты денежных средств. Факт существования таких кругооборотов и их взаимосвязь никогда и никем не оспаривались. Это общепризнанное явление, и оно учитывается в ряде экономических теорий, прежде всего в количественной теории денег. Существуют также различные методики, позволяющие рассчитывать число оборотов денежных средств как на уровне предприятий, так и на макроуровне, и т.д. Однако, как то не покажется странным, до сих пор остается тайной, *каким образом* данные кругообороты совершают свое движение в масштабе экономики в целом. Т.е. неясно, как должны перемещаться деньги от одного актора экономики к другому, чтобы в конечном счете получался замкнутый контур, образующий кругооборот денежных средств. Экономическая наука обходит стороной моделирование кругооборотов денежных средств. Вряд ли будет преувеличением сказать, что экономическая наука отстала в части описания кровеносной системы денежного обращения от медицины (изучающей механизм кровообращения человека) без малого на 400 лет <sup>3</sup>.

---

3. Как известно, Уильям Гарвей в 1628 г. дал первое научное описание данного феномена, положившее начало физиологии кровообращения. Любопытно, что Ф. Кенэ построил под влиянием идей Гарвея свою знаменитую «*Tableau économique*», но оказалось, что деньги этой таблице не нужны.

*Справочно.* Разумеется, в экономической науке предпринимались попытки описания кругооборота денежных средств на мезоуровне. В первую очередь мы имеем в виду К. Маркса, который приложил большие усилия, чтобы учесть в своей схеме простого воспроизводства капитала I и II подразделений особенности кругооборота денежного капитала (Маркс, 2011). Однако, как показано в работе (Маевский, 2010), Маркс не решил задачу, возникающую по поводу движения амортизационных денег, накапливаемых капиталистами I подразделения.

Многочисленная когорта экономистов, строивших в конце XIX и начале XX в. собственные варианты схем воспроизводства, не восприняла этот дефект как серьезную теоретическую недоработку. Критики на этот счет не было. Напротив, осознав возникающие сложности, они предпочли отказаться от анализа кругооборота денежного капитала. Так, М. Туган-Барановский, утверждая, что «капиталистическое производство предполагает превращение денежного капитала в средства производства и затем обратное превращение капитала в деньги», тем не менее решил, что «при абстрактном анализе общественного воспроизводства капитала можно игнорировать пертурбации круговорота капитала, вызываемые трудностями превращения товара в деньги» (Туган-Барановский, 2008).

Аналогичным образом поступили в XX в. экономисты немарксистской традиции — В. Леонтьев, Дж. фон Нейман, П. Сраффа и их последователи. Но в отличие от Туган-Барановского они не сочли нужным хотя бы указать на то, что абстрагируются от кругооборота капитала в том виде, как это понимал Маркс. Они предпочли моделировать феномен кругооборота как процесс, протекающий без участия денежного капитала. Другими словами, объектом их исследования стало бартерное, безденежное воспроизводство, когда экономика, располагающая набором вещественных благ  $\{a, b, c, \dots\}$ , в течение определенного промежутка времени производит посредством переработки  $\{a, b, c, \dots\}$  точно такой же набор  $\{a, b, c, \dots\}$  и, таким образом, возвращается к самой себе<sup>4</sup>.

Сошлемся, наконец, на известного специалиста по теории денег Дж. Ингхэма, справедливо заметившего, что «деньги даже

4. Развернутое описание данного направления исследований дано в работе (Курц, Сальвадори, 1995).

не фигурируют в некоторых наиболее престижных математически утонченных моделях экономики, таких как модель общего равновесия Эрроу – Дебре» [Ingham, 2004, p. 8].

В сложившейся ситуации имеет смысл попытаться приоткрыть завесу над тайной мезоэкономического механизма обращения денежных средств. Интуиция подсказывает, что использование традиционных представлений об экономике вряд ли поможет в данном случае. Нужны новые теоретические подходы, новые представления.

*Теоретические основания модели OLGC.* Ранее было зафиксировано, что каждая подсистема из набора  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$ , будучи «малой» макроэкономикой, способна выполнять и программу **A**, и программу **B**. Однако вопрос о *правилах* выполнения данных программ оставался открытым. В частности, мы не обсуждали, может ли каждая такая подсистема выполнять программы **A** и **B** поочередно или она обязательно должна делать и то, и другое одновременно. Настало время ответить на этот вопрос.

Мы полагаем, что сам принцип формирования подсистем  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$  по возрасту основного капитала подводит к выводу, что данные подсистемы вполне могут подчиняться правилу *поочередного* выполнения программ **A** и **B**. Чтобы в этом убедиться, рассмотрим поведение подсистем в период  $(t_0; t_1)$ .

Самой молодой в текущий период  $(t_0; t_1)$  подсистеме  $G_1$  нет никакого смысла заниматься программой **A**, поскольку она совсем недавно (в период  $(t_1; t_0)$ ) обновила свой основной капитал. Данная подсистема заинтересована производить только потребительские блага и прочие непродовственные товары и услуги (программа **B**) и не заинтересована заниматься программой **A**.

Прямо противоположная ситуация характерна для самой старой подсистемы  $G_N$ . Эта подсистема обязательно займется в период  $(t_0; t_1)$  программой **A**. В противном случае ей грозит саморазрушение вследствие физического износа основного капитала. Если допустить, что время, необходимое подсистеме  $G_N$  для выполнения программы **A**, равно периоду  $(t_0; t_1)$ , то данная подсистема будет заниматься в этот период *только* программой **A**.

Что касается остальных подсистем  $\{G_2, \dots, G_{N-1}\}$ , то при квалифицированной профилактике основного капитала и своевремен-

ном текущем ремонте все они могут в период  $(t_0; t_1)$  заниматься только программой **B** и не заниматься программой **A**.

В следующем периоде  $(t_1; t_2)$  ситуация повторится, однако набор подсистем  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$  изменит свою конфигурацию. Он обретет вид  $\{G_N, G_1, \dots, G_{N-1}\}$ , где в роли самой молодой будет выступать подсистема  $G_N$ , самой старой –  $G_{N-1}$ . При этом подсистемы  $G_N$  и  $G_{N-1}$  *переключаются* с одной программы на другую. Подсистема  $G_N$ , занимавшаяся в период  $(t_0; t_1)$  обновлением своего основного капитала (программа **A**), в текущем периоде  $(t_1; t_2)$  становится самой молодой и *переключается* на программу **B**. Напротив, подсистема  $G_{N-1}$  оказывается в период  $(t_1; t_2)$  самой старой. Она вынуждена остановить выполнение программы **B** и посвятить весь этот период программе **A**. Остальные подсистемы в рамках модели OLGС выполняют в период  $(t_1; t_2)$  только программу **B**. Аналогичная ситуация будет иметь место и в последующие периоды.

Итак, каждая подсистема вполне способна выполнять программы **A** и **B** *поочередно*. Это значит, что с течением времени обязательно должны иметь место акты переключения отдельных подсистем с программы **A** на программу **B** и обратно.

Назовем только что рассмотренный способ поведения подсистем  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$  *переключающимся режимом воспроизводства*. По поводу данного режима воспроизводства отметим следующее. Во-первых, он не изучается экономической наукой, что вполне естественно, поскольку ею не изучается феномен перекрывающихся поколений основного капитала. Во-вторых, надо признать, что в реальной экономике переключающийся режим воспроизводства проявляет себя как феномен, присущий скорее инвестиционному сектору, чем экономике в целом. Однако проведенный нами анализ показал, что экстраполяция присущего инвестиционному сектору переключающегося режима на экономику в целом (на подсистемы  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$ ) не приводит к грубым искажениям свойств моделируемого объекта (Маевский, Малков, Рубинштейн, 2015).

Итак, будем рассматривать переключающийся режим воспроизводства как ключевое теоретическое основание модели OLGС. Попытаемся теперь сделать первый шаг в деле раскрытия тайны денежного обращения на мезоуровне экономики.

*Мезоэкономический механизм обращения денежных средств.* Подобно тому как кровообращение человека состоит из большого и малого кругов кровообращения, мезоэкономический механизм обращения денежных средств, на наш взгляд, можно представить в виде двух связанных кругооборотов:

- кругооборота наличных и безналичных денег, обслуживающих преимущественно программу **В**, а именно акты реализации потребительских благ, а также акты выплаты денежного вознаграждения (дохода) работникам домашних хозяйств  $\{H_1, H_2, \dots, H_N\}$ . Назовем этот кругооборот первым кругооборотом;

- кругооборота наличных и безналичных денег, обслуживающих преимущественно программу **А**. Будем рассматривать не все безналичные деньги, а только ту часть, которая обслуживает инвестиционную деятельность подсистем  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$  и циркулирует только внутри инвестиционного банка. Остальные виды безналичных денег нас не интересуют. Назовем данный кругооборот вторым кругооборотом.

*Первый кругооборот* может показаться тривиальным, если его рассматривать как процесс, который протекает в период  $(t_0; t_1)$  только между подсистемами  $\{G_1, G_2, \dots, G_{N-1}\}$ , создающими потребительские блага (программа **В**), и домашними хозяйствами  $\{H_1, H_2, \dots, H_{N-1}\}$ , затрачивающими свой труд на программу **В** и потребляющими эти блага. Действительно, указанные подсистемы выплачивают домашним хозяйствам наличные деньги раз в месяц (или раз в две недели, или раз в неделю – не имеет значения) в виде вознаграждения за труд, а домашние хозяйства тратят полученные деньги в этих же подсистемах. Здесь есть замкнутый контур, есть кругооборот наличных денег. Если абстрагироваться от фактора сбережений, то наличные деньги, обслуживающие этот процесс, могут совершать от 12 до 52 оборотов в год (это зависит от частоты выплаты заработной платы, пенсий, пособий и т.д.).

Однако указанное представление о первом кругообороте не является полным. Оно учитывает движение только одной части денежной выручки, получаемой подсистемами  $\{G_1, G_2, \dots, G_{N-1}\}$ , и не учитывает движение другой части, в которой воплощаются амортизационные отчисления с основного капитала каждой подсистемы за период  $(t_0; t_1)$  плюс прибыль, сберегаемая на инвестицион-

ные цели. Но эта часть также состоит из наличных денег. Куда она девается?

По нашему мнению, данная часть наличных денег обязательно попадает в кассу инвестиционного банка. Банк фиксирует этот акт ростом безналичных денег на депозитных счетах подсистем  $\{G_1, G_2, \dots, G_{N-1}\}$  и обретает право использовать наличные деньги на другие цели.

Допустим, что банкир направляет месячными порциями поток наличных денег в подсистему  $G_N$ , которая в это время занимается обновлением своего основного капитала. В свою очередь, эти наличные деньги расходуются подсистемой на оплату труда работников домашнего хозяйства  $H_N$ , а последнее тратит их на рынке потребительских благ.

В результате получается так, что рассматриваемые месячные порции с лагом в один месяц возвращаются в распоряжение подсистем  $\{G_1, G_2, \dots, G_{N-1}\}$ . Деньги возвращаются туда, откуда пришли. Круг замкнулся! Перед нами полноценный кругооборот наличных денег.

Единственная деталь, данный кругооборот возникает при допущении, что банкир направляет полученные наличные деньги от подсистем выполняющих программу **B** в обновляющуюся подсистему  $G_N$  (программа **A**). Почему он это делает? Чтобы ответить на поставленный вопрос, рассмотрим второй кругооборот, обслуживающий программу **A**.

*Второй кругооборот.* Главным героем этого кругооборота является самая старая подсистема  $G_N$ , которая в период  $(t_0; t_1)$  должна обновить собственными силами свой основной производственный капитал. В течение ряда предшествующих периодов эта подсистема накапливала амортизационный фонд и часть прибыли на депозитном счете инвестиционного банка и теперь готова использовать свои накопления в процессе обновления. Как она может это сделать? Устоявшийся стереотип экономического мышления, что амортизационные деньги и инвестируемая прибыль должны быть израсходованы на покупку нового основного капитала, здесь не срабатывает. Самовоспроизводящаяся подсистема  $G_N$  по определению не может покупать у самой себя основной капитал. Однако существует другой способ расходования накоплений.

Дело в том, что подсистема  $G_N$  в течение периода  $(t_0; t_1)$  работает в замкнутом режиме. Она не выходит в это время на рынок, ничего не продает, а значит — не имеет текущих денежных поступлений для того, чтобы оплатить труд работников домашнего хозяйства  $H_N$  (а также налоги, ренту и т.д.).

Но есть накопленные амортизация и прибыль подсистемы  $G_N$ , которые хранятся в форме безналичных денег в инвестиционном банке. Банкир обязан своевременно вернуть эти деньги (в форме наличных денег) собственникам обновляющейся подсистемы, а собственники  $G_N$ , не имея никаких иных источников дохода, вынуждены оплатить этими наличными деньгами труд работников домашнего хозяйства  $H_N$ . Именно это стечение обстоятельств объясняет, почему банкир направляет в подсистему  $G_N$  те наличные деньги, которые он получает от подсистем  $\{G_1, G_2, \dots, G_{N-1}\}$ .

Дальнейшая судьба рассматриваемых наличных денег известна. Сначала они попадут в руки работников домашнего хозяйства  $H_N$ . Затем окажутся на рынке потребительских благ и далее перейдут в распоряжение подсистем  $\{G_1, G_2, \dots, G_{N-1}\}$ , а те, в свою очередь, продолжат формирование своих накоплений на депозитных счетах инвестиционного банка. На этой основе возникает замкнутый контур, по которому (с помощью наличных денег) движутся «длинные» безналичные деньги. Мы называем эти деньги «длинными», потому что их время оборота равно среднему сроку службы основного производственного капитала подсистемы. А это примерно 8–12 лет.

Итак, тайну мезоэкономического кругооборота денежных средств можно считать раскрытой. Суть дела в переключающемся режиме воспроизводства, в поочередности выполнения программ **A** и **B**.

Ниже приводится простейшая блок-схема мезоэкономического механизма денежного обращения для случая, когда в экономике действуют три подсистемы ( $N = 3$ ) и три домашних хозяйства. В этой блок-схеме рассматривается обращение в период  $(t_0; t_1)$ , когда самая старая подсистема  $G_3$  занимается программой **A**, а подсистемы  $G_1$  и  $G_2$  выполняют программу **B**, т.е. занимаются производством потребительских благ для удовлетворения потребностей домашних хозяйств (рис. 1).

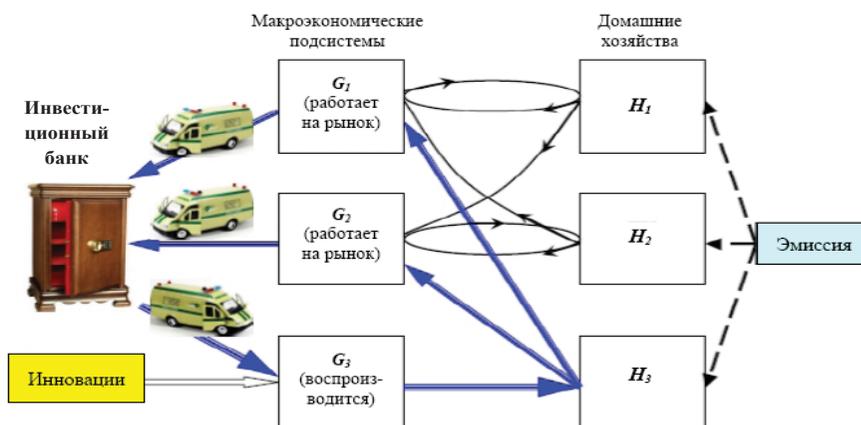


Рис. 1. Блок-схема мезоэкономического механизма обращения денежных средств

Тонкими стрелками на рис.1 обозначена та часть первого кругооборота, которая обслуживает наличными деньгами производство потребительских благ подсистемами  $G_1$  и  $G_2$ , а также потребление этих благ домашними хозяйствами  $H_1$ ,  $H_2$ . Другую часть первого кругооборота, включающую в себя потребление потребительских благ домашним хозяйством  $H_3$ , мы обозначили толстыми стрелками, поскольку эта часть является одновременно частью второго кругооборота денежных средств.

Второй кругооборот (рис.1, толстые стрелки) обслуживает процесс обновления основного капитала и частично (только для  $H_3$ ) – потребление потребительских благ. В кругообороте участвует инвестиционный банк, который, с одной стороны, принимает на хранение сбережения подсистем  $G_1$  и  $G_2$ , занятых в период  $(t_0; t_1)$  выполнении программы **B**. В результате безналичные деньги на депозитных счетах этих подсистем растут (этот рост не показан на рис. 1). С другой стороны, инвестиционный банк отправляет наличные деньги подсистем  $G_1$  и  $G_2$  в подсистему  $G_3$  на цели самовоспроизводства основного капитала (программа **A**). Подсистема  $G_3$  тратит эти деньги на заработную плату. В результате происходит сокращение безналичных денег на депозитном счете данной подсистемы (этот процесс не показан на рис. 1) и дальнейший рост денег на депозитных счетах подсистем  $G_1$  и  $G_2$ .

Итак, два типа кругооборотов пересекаются и взаимодействуют, при этом «длинные» безналичные деньги превращаются в наличные деньги, и наоборот. Однако на рис. 1 мы представили движение только наличных денег.

Далее, на рис. 1 показано, что основным источником роста потребительского спроса домашних хозяйств  $H_1, H_2, H_3$  является денежная эмиссия, а основным источником роста предложения – инновации. Последние внедряются в подсистему *только* тогда, когда она воспроизводит свой основной капитал. Например, в период  $(t_0, t_1)$  инновации внедряются в подсистему  $G_3$  и не внедряются  $G_1$  и  $G_2$ ; в период  $(t_1, t_2)$  инновации приходят только в подсистему  $G_2$  и т.д. Инновации распространяются постепенно. Этот процесс вполне согласуется с теорией диффузии инноваций Э. Роджерса (Rogers, 2003).

Отметим, наконец, что изображенный на рис. 1 мезоэкономический механизм обращения денежных средств есть феномен мезоуровня. Хотя он действует также и на микроуровне, это не значит, что микроуровень породил его. Для любого индивидуального предпринимателя рассматриваемый мезоэкономический механизм есть черный ящик, который поглощает его денежные средства, каким-то образом использует их, а затем возвращает эти средства с некоторым приращением тому же предпринимателю. Можно сказать, что микроэкономические кругообороты индивидуальных денежных капиталов есть фрагменты мезоэкономических кругооборотов, и эти фрагменты собираются в единое целое только на мезоуровне.

В этом смысле методологическая основа модели OLGC оказывается родственной развиваемой К. Допфером, Дж. Фостером и Дж. Потсом методологии микро-мезо-макро (Dorfer et al, 2004). Согласно этой методологии, «ядро сложной экономической системы заключено в ее мезоправилах, которые выражаются в ряде институтов, таких как привычки, нормы, рутины, законы, конституции, моды и т.д.» (Foster, 2011). В нашей модели ядром экономической системы также являются *мезоправила* кругооборота денежного капитала, и эти *мезоправила* не могут быть выведены из фрагментов кругооборота денежного капитала на микроуровне.

## Математическая модель OLGС

Модель разработана в 2012 г/ и опубликована в разных вариантах в России и за рубежом (См., например, (Маевский, Малков, 2013; Maevsky, Malkov, 2014; Маевский, Малков, 2014; Маевский, Малков, Рубинштейн, 2015)).

Начнем с предварительных замечаний:

- модель имитирует переключающийся режим воспроизводства, т.е. процедуру переключения отдельной подсистемы с программы **A** (программы обновления основного капитала) на программу **B** (программу производства потребительских благ) и обратно. Принято, что данная процедура происходит раз в год, т.е. период  $(t_0; t_1)$  равен одному году. Члены домашних хозяйств получают вознаграждение за труд раз в месяц, а в течение следующего месяца равномерно тратят деньги на цели приобретения потребительских благ;

- внутри года каждая моделируемая подсистема выполняет только одну программу: или **A**, или **B**. Функционирование всех подсистем *внутри* годового интервала подчиняется двум типам кругооборота денег, см. рис.1;

- все уравнения модели есть линейные дифференциальные уравнения, описывающие скорости движения денег в рамках мезоэкономического кругооборота денежных средств. Они разделены на две части: уравнения, описывающие движение денежных средств при выполнении программы **B**, и уравнения, описывающие движение денежных средств при выполнении программы **A**. Предполагается, что в году  $(t_0; t_1)$  подсистемы  $\{G_1, G_2, \dots, G_{N-1}\}$  и домашние хозяйства  $\{H_1, H_2, \dots, H_{N-1}\}$  заняты программой **B**, а подсистема  $G_N$  и домашнее хозяйство  $H_N$  — программой **A**. В качестве единицы времени в уравнениях рассматривается один день.

### Уравнения модели OLGС

I. В состав дифференциальных уравнений, описывающих динамику денежных средств подсистем, занятых выполнением программы **B** ( $i = [1, N-1]$ ) в течение года  $(t_0; t_1)$ , входят:

• динамика чистых накоплений (в виде наличных денежных средств) подсистемы  $G_i$  внутри периода  $(t_0; t_1)$ :

$$\frac{dM_{c_i}}{dt} = \sum_{j=1}^N k_{h_j} \frac{\hat{M}_{h_j}}{\tau} \left( \frac{z_i Y_i}{\sum_{j=1}^{N-1} z_j Y_j} \right) (1 - k_{sY}) - K_i k_{a_i} - h_i Y_i \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - k\tau) = \Pi_i. \quad (1)$$

Изменение определяется разностью доходов и расходов в единицу времени (за один день). Для определенности считается, что месяц состоит из  $\tau = 30$  дней. Основной доход подсистемы  $G_i$  — это покупка ее продукции всеми домашними хозяйствами. В единицу времени в течение текущего месяца каждое домашнее хозяйство тратит на покупки денежные средства в объеме, пропорциональном средствам  $\hat{M}_{h_i}$ , имевшимся у него на начало месяца (член  $(k_{h_1} \hat{M}_{h_1} + \dots + k_{h_N} \hat{M}_{h_N})/\tau$ ). Население покупает товары подсистем  $G_1, G_2, \dots, G_{N-1}$ , производящих в текущий период времени потребительские товары. Соответственно, в подсистему  $G_i$  в результате произведенных покупок поступает доля расходуемых домашними хозяйствами денег, которую в первом приближении можно считать пропорциональной доле выпуска продукции подсистемы  $G_i$  в общем объеме выпуска потребительской продукции в экономической системе:  $Y_i/(Y_1 + \dots + Y_{N-1})$ . В действительности, такое приближение является весьма идеализированным, поскольку предполагает отсутствие избирательных потребительских предпочтений. Учет реальных отклонений от идеального случая учитывается с помощью корректирующих коэффициентов  $z_i$ , близких по своей величине к единице<sup>5</sup>. Соответственно, доля расходуемых домашними хозяйствами денег, поступающая в подсистему  $G_i$ , определяется как  $z_i Y_i / (z_1 Y_1 + \dots + z_{N-1} Y_{N-1})$ .

Расходы подсистемы  $G_i$  — это ежемесячные выплаты денежного вознаграждения за труд работникам домашнего хозяйства  $H_i$ , которые составляют долю  $h_i$  стоимостного выражения месячного выпуска продукции  $Y_i$  (член  $h_i Y_i$ ). Кроме того, к расходам подсистемы относятся выплачиваемые государству налоги (долю  $k_{sY}$  от выручки), а также часть выручки, откладываемая в амортизацион-

5. Отличие коэффициентов  $z_i$  друг от друга означает, что рассматриваемая модель является многопродуктовой (мезоэкономической).

ный фонд (член  $K_i k_a$ ; в модели принято, что отчисления в амортизационный фонд пропорциональны стоимости основного капитала  $K_i$  соответствующей производственной подсистемы). Считается, что выплаты вознаграждения за труд производятся строго в конце каждого месяца<sup>6</sup>.

Величина  $Y_i$  в течение периода времени  $(t_0; t_1)$  неизменна, поскольку в этом периоде в подсистемах  $G_1, G_2, \dots, G_{N-1}$  не происходит никаких изменений с основным капиталом<sup>7</sup>. Считается, что подсистема  $G_i$  (как и все другие подсистемы) в производственном отношении самодостаточна и не закупает какую-либо продукцию в других подсистемах для производственных нужд.

Величину  $dM_{c_i} / dt$  мы рассматриваем как часть прибыли подсистемы  $G_i$  в единицу времени, которая расходуется на цели финансирования процесса прироста основного капитала. Назовем эту часть чистой прибылью  $\Pi_i$ . Из (1) видно, что величина чистой прибыли существенным образом зависит от выплаты вознаграждения работникам домашних хозяйств и, соответственно, от режима подкачки государством денег в домашние хозяйства (величина  $\Delta M_{h_i}$  из уравнения (2), увеличивающая накопления домашних хозяйств  $M_{h_i}$ );

• динамика наличных денежных средств  $M_{h_i}$  домашнего хозяйства  $H_i$ :

$$\frac{dM_{h_i}}{dt} = h_i Y_i (1 - k_{sh}) \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - k\tau) - \frac{k_{h_i} \hat{M}_{h_i}}{\tau} + \Delta M_{h_i} \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - k\tau). \quad (2)$$

Она определяется разностью доходов и расходов домашнего хозяйства  $H_i$  (покупка потребительской продукции) в единицу времени. Доходы домашних хозяйств количественно равны предпоследнему члену в уравнении (1), но со знаком «плюс» (член с  $h_i Y_i$ ), за вычетом налогов (составляющих долю  $k_{sh}$  от доходов). Кроме того, доходы каждого домашнего хозяйства могут дополнительно увеличиваться (член с  $\Delta M_{h_i}$ ), например, через бюджет (увеличение

6. Денежные потоки подобного типа, имеющие не непрерывный, а импульсный характер, вводятся в уравнения с помощью дельта-функций: выражение  $M\delta(t - t_k)$  означает импульсное увеличение количества денег на сумму  $M$  в момент времени  $t_k$ .

7. Изменения в этот период времени происходят только в рамках подсистемы  $G_N$ , занимающейся самовоспроизводством основного капитала.

пенсий, пособий, зарплат бюджетникам и т.п.). Предполагается, что величина  $\Delta M_{h_i}$  формируется из двух источников: за счет налоговых поступлений в бюджет и за счет денежной эмиссии, направляемой на цели бюджетного финансирования.

Считается, что доходы домашних хозяйств пополняются строго в конце каждого месяца. Расходы — это покупка потребительской продукции. В модели считается, что затраты на покупки пропорциональны денежным средствам  $\hat{M}_{h_i}$  (член с  $k_{h_i} \hat{M}_{h_i}$ ), имеющимся у домашнего хозяйства  $H_i$  в начале месяца.

Вся амортизация и чистая прибыль подсистемы  $G_i$  ежемесячно поступает в виде наличных денег в распоряжение инвестиционного банка. Банк использует эту ликвидность для обслуживания обновляющейся подсистемы  $G_N$  (см. (5)). Но при этом он пополняет расчетный счет подсистемы  $G_i$ . Деньги данной подсистемы накапливаются в безналичной форме и затем направляются на инвестиции. Уравнения, описывающие изменение валовых накоплений денежных средств подсистем, приобретут вид:

$$\frac{dM_{Y_i}}{dt} = K_i k_{a_i} + \Pi_i = \sum_{j=1}^N k_{h_j} \frac{\hat{M}_{h_j}}{\tau} \left( \frac{z_i Y_i}{\sum_{j=1}^{N-1} z_j Y_j} \right) (1 - k_{sY}) - h_i Y_i \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - k\tau), \quad (3)$$

где  $M_{Y_i}$  — валовые накопления денежных средств подсистемы  $G_i$ , включая амортизационный фонд и чистую прибыль (см. (1));

- динамика основного капитала  $K_i$ :

$$\frac{dK_i}{dt} = 0 \text{ или } K_i = const. \quad (4)$$

Считается, что в период  $(t_0; t_1)$  основной капитал подсистем, производящих потребительскую продукцию, остается неизменным до года обновления.

II. В состав дифференциальных уравнений, описывающих динамику денежных средств самовоспроизводящейся подсистемы  $G_N$ , занятой выполнением программы А в течение периода  $(t_0; t_1)$ , входят следующие:

- динамика расходования денег  $M_{Y_N}$  — средств  $G_N$ -ой подсистемы:

$$\frac{dM_{Y_N}}{dt} = -h_N Y'_N v_N \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - k\tau) + \Delta M_{Y_N} \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - k\tau). \quad (5)$$

Это уравнение реализуется при активном участии инвестиционного банка. Банк ежемесячно списывает со счета подсистемы  $G_N$  порции безналичных денег и предоставляет взамен (также ежемесячно) равноценные порции наличных денег. Банк в состоянии предоставлять эти порции наличных денег прежде всего потому, что другие подсистемы ежемесячно передают в его распоряжение амортизацию и чистую прибыль в виде наличных денег (см. (3)).

Итак, подсистема  $G_N$  выплачивает в виде заработной платы работникам домашнего хозяйства  $H_N$  именно наличные деньги. Считается, что в данный период эти выплаты могут измениться по отношению к уровню зарплат  $h_N Y'_N$  предыдущего периода, когда подсистема  $G_N$  производила потребительскую продукцию (это учитывается коэффициентом  $v_N$ ; штрих «'» обозначает, что соответствующая величина относится к периоду до обновления основного капитала). Предполагается также, что подсистема  $G_N$  сама производит основной капитал и не нуждается в закупках каких-либо его элементов в других подсистемах. Кроме того, в (5) учтен такой источник дополнительных доходов подсистем, как государственные субсидии (член  $\Delta M_{Y_N}$ ), возникающий тогда, когда «государство» стремится стимулировать производство. Считается, что выплаты доходов и получение субсидий осуществляются строго в конце каждого месяца;

• динамика наличных денежных средств  $M_{h_N}$  домашнего хозяйства  $H_N$ :

$$\frac{dM_{h_N}}{dt} = h_N Y'_N v_N (1 - k_{sh}) \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - k\tau) - \frac{k_{h_N} \hat{M}_{h_N}}{\tau} + \Delta M_{h_N} \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - k\tau). \quad (6)$$

Определяется разностью доходов и расходов домашнего хозяйства  $H_N$  в единицу времени. Доходы количественно равны первому члену в уравнении (5), но со знаком «плюс» (член с  $h_N Y'_N v_N$ ) и за вычетом налогов (составляющих долю  $k_{sb}$  от доходов), плюс дополнительная подкачка денег в домашние хозяйства (член с  $\Delta M_{h_N}$ ), например, через бюджет (путем увеличения пенсий, посо-

бий, зарплат бюджетникам и т.п.). Расходы — это ежедневные затраты на покупки, пропорциональные денежным средствам  $\hat{M}_{h_N}$  (член с  $k_{h_N} \hat{M}_{h_N}$ ), имеющимся у домашнего хозяйства  $H_N$  в начале месяца.

Изменение основного капитала  $\Delta K_N$  в результате его обновления зависит от величины чистой прибыли подсистемы  $G_N$ , накопленной до начала периода  $(t_0; t_1)$ :

$$\Delta K_N = \int_{t_{-N+1}}^{t_0} \Pi_N dt. \quad (7)$$

При этом реальное изменение основного капитала решающим образом влияет на объем производимой продукции: при увеличении основного капитала объем выпускаемой продукции растет, а при уменьшении — падает. В первом приближении (при условии неизменной отдачи от масштабов инвестиций в основной капитал) можно считать, что объем производства пропорционален величине основного капитала. Отсюда легко получить:

$$Y_N / Y'_N = K / K' = (K'_N + \Delta K_N) / K'_N, \quad (8)$$

где штрих «'» обозначает, что соответствующая величина относится к периоду до обновления основного капитала<sup>8</sup>. Выражение (8) может быть записано следующим образом:

$$Y_N = g_N Y'_N, \quad g_N = 1 + \Delta K_N / K', \quad (9)$$

где  $g_N$  — коэффициент роста производства в подсистеме  $G_N$  в результате обновления ее основного капитала.

Аналогичным образом формируется система уравнений в период  $(t_1; t_2)$ . Разница лишь в том, что подсистема  $G_N$  начинает выпускать потребительские товары, а подсистема  $G_{N-1}$  начинает обновлять свой изношенный основной капитал. Таким образом, подсистема  $G_N$  в период  $(t_1; t_2)$  занимает место подсистемы  $G_1$ , подсистема  $G_{N-1}$  занимает место подсистемы  $G_2$ , подсистема  $G_{N-2}$  занимает место подсистемы  $G_3$ , ..., подсистема  $G_{N-1}$  занимает место подсистемы  $G_N$ . В последующие периоды  $(t_2; t_3), (t_3; t_4), \dots, (t_n; t_{n+1}), \dots$  переключения подсистем с программы **A** на программу **B** и обратно продолжатся.

---

8. Акт предыдущего обновления основного капитала подсистемы  $G_N$  произошел в период  $(t_{-N}, t_{-N+1})$ .

## Условия скоординированного роста

Модель OLGC позволяет выявить различные режимы функционирования экономической системы (рис. 2), в том числе такие, которые могут привести к развалу самой системы. Например, в модели может быть сформирован сценарий экономического роста, когда какая-то одна подсистема из набора  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$  за счет повышенной инновационной активности и прочих факторов постепенно подавляет остальные подсистемы (левый график рис. 2). Такой сценарий ведет к господству одной возрастной группы основного капитала над другими, что противоречит объективно существующему феномену перекрывающихся поколений основного капитала. Назовем это сценарием *раскоординированного* роста.

В связи с этим представляет интерес рассмотреть условия возникновения *скоординированного* роста (правый график рис. 2).

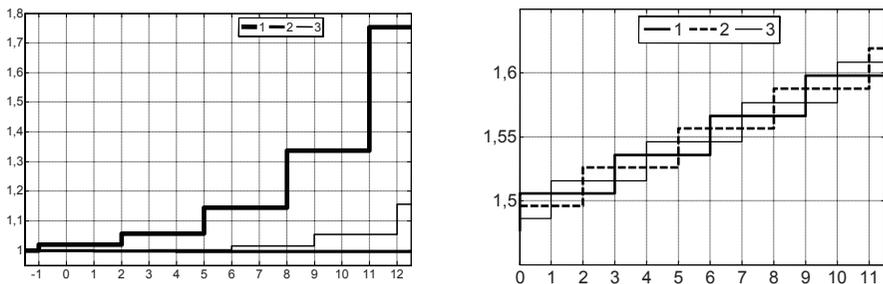


Рис. 2. Динамика продукта  $Y_i$  в условиях раскоординированного (левый график) и скоординированного (правый график) экономического роста при  $N = 3$  (по оси абсцисс — время в годах, значения по оси ординат — в условных денежных единицах)

Здесь необходимо еще раз обратиться к фундаментальной теории. Дело в том, что в экономической науке существуют два принципиально разных подхода к проблеме координации отношений между экономическими агентами.

Первый (неоклассический) подход: координация устанавливается в статике. Этот подход более 140 лет назад применил Л. Вальрас — родоначальник теории общего равновесия. Несмотря на наличие серьезной критики, данный подход до сих пор пользуется поддержкой в научных кругах. Считается, что динамику можно исследовать посредством «сопоставления следующих друг за другом равновесных состояний. Картина движения достигается, как в мультфильме, где отдельные неподвижные кадры последовательно сменяют друг друга» (Автономов, 2006, с. 203–204).

Второй подход значительно моложе, он разрабатывается представителями эволюционной экономической теории. Суть подхода: в сложной развивающейся экономике возможна только несовершенная координация, и она достигается только в движении. Цитируем на этот счет Дж. Дози: «Особенности (несовершенной) координации в системе фундаментальным образом обусловлены ее эволюционной природой. В шутку я называю это теоремой о велосипеде. Легче всего встать на педали, когда ты едешь, но лишь немногие виртуозы способны не упасть, стоя на месте. Иными словами, относительно упорядоченные свойства капиталистической экономики... следуют из того, что она находится в постоянном движении. Это есть тот относительный порядок «неугомонного капитализма», как выразился бы Стен Меткаф, (cf. Metcalfe 1998, and Metcalfe and Ramlogan, 2006)» (Дози, 2012).

Поскольку в модели OLGС отсутствует проблема поиска равновесных цен, принцип ее действия должен отличаться от принципа межвременного равновесия, используемого в современных разновидностях модели DSGE. Это значит, что из двух указанных подходов следует выбрать второй. Однако, принимая подход Дози, необходимо ответить на некоторые вопросы и внести разъясняющие дополнения. Дози утверждает, что в экономике существует режим несовершенной координации в движении. Но что означает такой режим?

Мы полагаем, что поставленный вопрос относится прежде всего к компетенции экономистов, политиков, общественности, властных структур, но не математиков. *Возможный ответ таков: экономику можно считать скоординированной, если в динамике она не выходит за пределы пороговых значений показателей эко-*

*номической безопасности.* В российской литературе существует ряд работ, где приводятся подобные показатели и способы их количественной оценки (см., например, (Сенчагов, Митяков, 2011)). На Западе показатели экономической безопасности широко используются в практике международного экономического регулирования (например, Маастрихтский «Договор о Европейском союзе», подписанный в феврале 1992 г.). Важно то, что подобного рода показатели устанавливаются на основе накопленного опыта, дискуссий, но, как правило, они не выводятся математически.

Тем не менее, ведя исследование на модельном уровне, мы должны понимать, что каким бы ни было наше представление о режиме несовершенной координации в движении, необходимо сформулировать представление о режиме совершенной координации. Доли не определяет такой режим. Попытаемся дать собственное определение.

Допустим, что совершенная координация в движении сложной экономической системы достигается в случае единства скоростей взаимосвязанных элементов такой системы. Анализ уравнений и результаты численных расчетов показывают, что применительно к модели OLGC такая (идеальная) координация означает, что ежегодно должно соблюдаться следующее равенство темпов:

$$u = v = \mu = g, \quad (10)$$

где  $g$  — неизменный годовой темп роста экономики в целом (можно доказать, что темп  $g$  связан с коэффициентом роста отдельной подсистемы  $g_N$  соотношением  $g = g_N^{1/N}$ );  $v$  — годовой темп роста вознаграждения работников домашнего хозяйства, участвующего в обновлении основного капитала;  $u$  — годовой темп роста вознаграждения работников домашних хозяйств, выполняющих программу **B**;  $\mu$  — темп роста наличных денег, эмитируемых центральным банком.

Подчеркнем, условие (10) — это всего лишь гипотеза по поводу того, как может устанавливаться режим совершенной координации развивающейся экономики, состоящей из разновозрастных подсистем  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$ . В пользу этой гипотезы можно привести некоторые аргументы. Например, можно сказать, что  $u$  — темпы роста вознаграждения работников, производящих потребительские блага, не могут длительное время опережать  $v$  — темпы

роста вознаграждения работников инвестиционной сферы или отставать от них. В противном случае начнется переход работников из одной сферы деятельности в другую. Отсюда в идеальном случае  $u=v$ . Далее, можно сказать, что сумма доходов всех домашних хозяйств составляет основную часть ВВП, поэтому вполне допустимо, что равные темпы  $u$  и  $v$  определяют аналогичный темп  $g$ .

Однако все аргументы в пользу условия (10) не имеют никакого значения до тех пор, пока модель OLGС, настроенная на равенства  $u = v = \mu = g$ , не будет протестирована на практике. Если в ходе тестирования модель будет вырабатывать реалистичные траектории экономических параметров, можно говорить о том, что условие (10) имеет значение, и что оно заслуживает внимания при решении задач экономической динамики. В противном случае от него нужно отказаться.

## Тестирование модели OLGC и условия (10) на статистике США

Данная задача рассмотрена на базе статистических данных о динамике номинального ВВП США, основного производственного капитала в текущих ценах и дефлятора ВВП США за период 1947–2010 гг.<sup>9</sup>. При этом сама модель OLGC представлена уравнениями (1)–(9) и включает в себя десять подсистем, десять групп домашних хозяйств. В качестве экзогенного актора учитывается ФРС, обеспечивающая эмиссию наличных денег  $\Delta M_{h_i}$ . Государственные субсидии  $\Delta M_{y_i}$  приравнены нулю на протяжении всего расчетного периода. Кроме того, принято допущение, что налоговые поступления в бюджет от каждой  $i$ -й подсистемы и соответствующего  $i$ -го домашнего хозяйства обращаются целиком на цели бюджетного финансирования  $i$ -го домашнего хозяйства. Поэтому в ходе адаптационных расчетов величина  $\Delta M_{h_i}$  формируется только за счет денежной эмиссии, направляемой на цели бюджетного финансирования.

Отметим, наконец, что в расчетах по данным США использовалась формула, родственная формуле И. Фишера ( $MV = PQ = Y$ ). А именно мы вычисляли эмиссию наличных денег  $\Delta M_h$  как величину, равную частному от деления годового прироста суммы номинальных продуктов подсистем ( $Y$ ), создающих потребительские блага, на  $V$  – количество оборотов наличных денег в год (в расчетах принято, что  $V=15$ ).

Настройка модели на статистику США проведена в два этапа. На первом этапе модель была адаптирована к экспоненциальному тренду роста номинального ВВП, присущему США в период 1947–2010 гг. На втором этапе произведена коррекция параметров модели, устраняющая различия между рассчитываемыми по модели за год и фактическими значениями номинального ВВП<sup>10</sup>. В результате отклонения оказались минимальными (рис. 3).

9. Источники: U.S. Department of Commerce. Bureau of Economic Analysis (<http://bea.gov/>); The 2012 Statistical Abstract (<http://www.census.gov/compendia/statab/>); Economic Research. Federal Reserve Bank OF ST. LOUIS. Federal Reserve Economic Data ([org/fred2/](http://org/fred2/)).

10. Более подробное описание адаптационного алгоритма расчетов дано в **Приложении**.

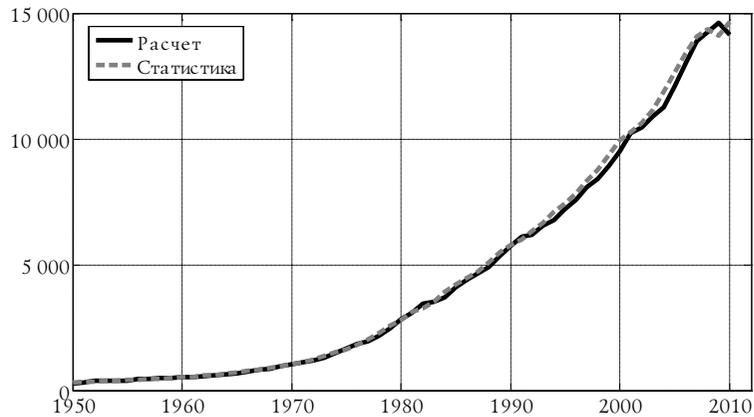


Рис. 3. Расчетные и статистические значения номинального ВВП США (\$ млрд)

При адаптации модели к статистике номинального ВВП и при использовании равенства (10) оказалось, что продукты и основные капиталы десяти макроэкономических подсистем ведут себя следующим образом (рис. 4).

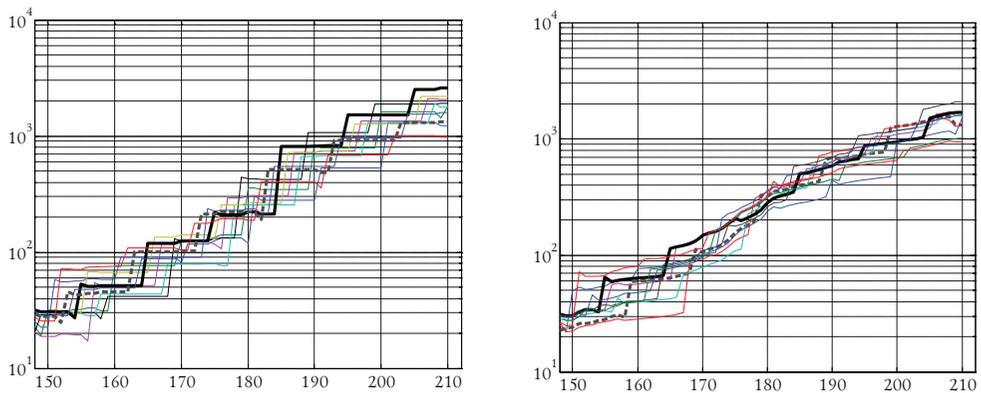


Рис. 4. Расчетная динамика основных капиталов (слева) и продуктов подсистем (справа), в логарифмическом масштабе по ординате<sup>11</sup>.

11. На графиках жирной и пунктирной линиями выделены траектории 2-х из 10 подсистем, чтобы более наглядно показать их переплетение в динамике. Полулогарифмический масштаб вызван экспоненциальным ростом представляемых траекторий.

Сравнивая рис. 2 (правый график) и рис. 4, видим, что рассчитанный рост продуктов и основных капиталов отличается от случая идеальной (совершенной) координации, возникающего при строгом соблюдении равенства темпов  $u = v = \mu = g$ . Но отличие несущественное. Оно свидетельствует о способности модели OLGC генерировать феномен *несовершенной* координации подсистем в динамике. Мы полагаем, что это тот феномен, о котором писал Дози.

Действительно, подсистемы  $\{G_1, G_2, \dots, G_{10}\}$  не разбегаются, не происходит подавления одной или нескольких подсистем другими подсистемами. Напротив, траектории продуктов и траектории основных капиталов подсистем сплетаются в своеобразные косички. Косички означают, что каждая подсистема обретает временное преимущество над другими подсистемами, затем утрачивает его, чтобы через несколько лет снова вырваться во временные лидеры, и т.д. Такая конкурентная динамика аналогична историческому процессу гонки вооружений и/или борьбы технологий. Воспользовавшись метафорой У. Баумоля, ее можно сравнить с известной игрой Красной королевы [Baumol, 2004].

Далее, модель OLGC оказалась реалистичной и по части имитации динамики совокупного основного капитала США. Действительно, в процессе расчетов было использовано предположение, что прирост средств труда в году  $(t_0; t_1)$  образует прирост основного производственного капитала (в текущих ценах) США в году  $(t_1; t_2)$ . Данное предположение подтвердилось: траектория основного производственного капитала США, рассчитанная моделью, в основном совпала с аналогичной траекторией, взятой из официальной статистики (см. левый график рис. 5). Вообще говоря, такое подтверждение не является откровением для экономической науки. Оно означает, что импульсы роста зарождаются внутри подсистемы, занимающейся обновлением основного капитала и далее, через рост основного капитала обеспечивают рост продукта. Об этом *primus motor* писал еще К. Маркс.

Прокомментируем правый график рис. 5, который демонстрирует близость расчетной и фактической траекторий эмиссии наличных денег. Предварительно заметим, модель OLGC построена как *монетарная* модель: в ней экономическая динамика

строится на зависимости между ростом количества денег и ростом номинального ВВП. Расчеты по экономике США за 1947–2010 гг. показали, что данная зависимость имела решающее значение на интервалах 1947–1975 и 1995–2010 гг. (в эти годы расчетная и статистическая траектории денежной эмиссии практически совпали) и лишь в период 1975–1995 гг. ее значение ослабевало, но не исчезало до нуля. Можно заключить, что в экономике США монетарный фактор экономического роста в рамках рассматриваемого, более чем 60-летнего, периода времени играл доминирующую роль.

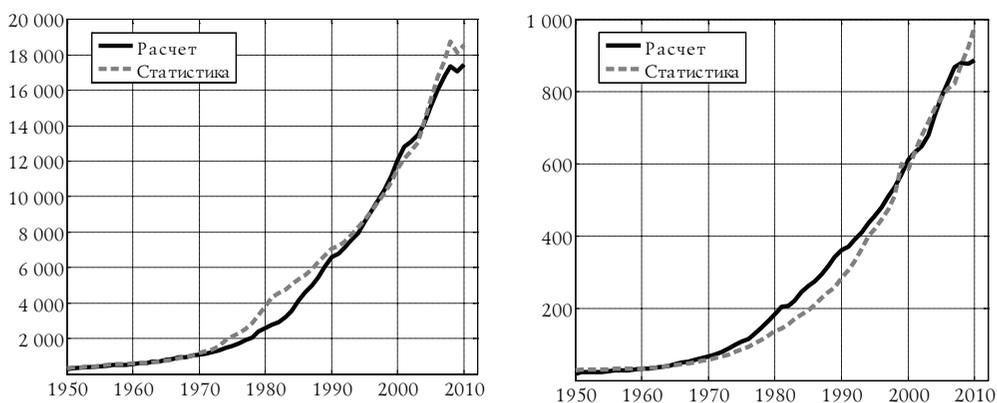


Рис. 5. Расчетные и статистические значения основного капитала (млрд долл., левый график) и наличных денег (млрд долл., правый график)

Отметим, наконец, в ходе расчетов по модели мы учитывали деятельность инвестиционного банка. Было принято допущение, что каждая подсистема выполняет инвестиционную программу *A* на 50% за счет собственных средств (амортизации и прибыли) и на 50% за счет привлеченных средств. В роли привлеченных средств в модели используются кредиты инвестиционного банка. При этом каждый раз, когда очередная подсистема берет кредит под программу *A*, инвестиционный банк предоставляет этот кредит за счет ресурсов других подсистем.

Принятое допущение предполагает выполнение баланса банка: сумма кредитов, выданных всем подсистемам в единицу времени, должна быть равна сумме депозитов этих же подсистем в эту

же единицу времени. Формально условие баланса можно записать так:  $\sum_{i=1}^N M_{y_i} = 0$ .

Расчеты показали, что баланс банка строго соблюдается в случае совершенной координации: траектория  $\sum_{i=1}^N M_{y_i}$  проходит по оси абсцисс (рис. 6, левый график). Однако при адаптации модели OLGC к статистике США этот же баланс соблюдается с некоторыми погрешностями: траектория  $\sum_{i=1}^N M_{y_i}$  проходит близко от оси абсцисс, но не сливается с ней (рис. 6, правый график). Таким образом, мы еще раз приходим к феномену несовершенной координации.

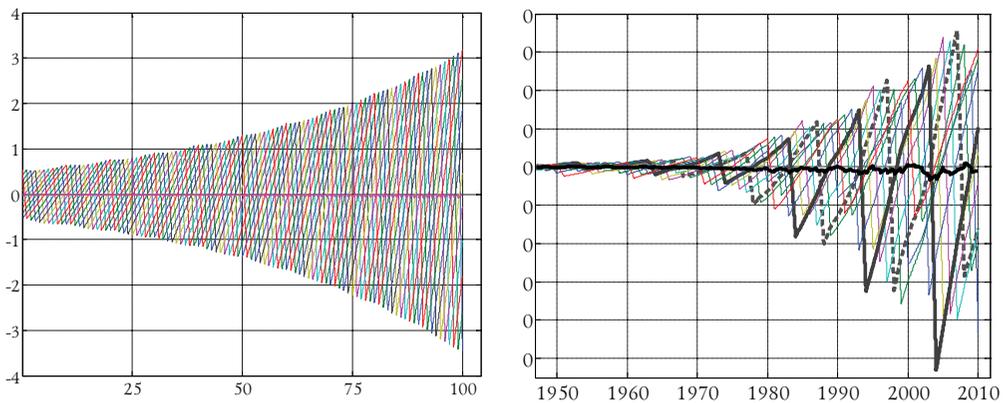


Рис. 6. Баланс банка при совершенной координации (левый график) и адапционном расчете (правый график)

Итак, проведенные с помощью статистики США экспериментальные расчеты свидетельствуют, что использование в модели OLGC условий скоординированного роста (10) – не пустая гипотеза. Есть основания полагать, что данные условия отражают в формальном виде существование некоторой базовой закономерности развития экономики. Суть закономерности мы видим в том, что экономика, включающая в себя комплекс сложнейших отношений между трудом и капиталом, между властью и бизнесом и т.д., периодически то приближается к условию равенства темпов (10), то удаляется от него. В результате ее динамика находится, согласно Доэи, в некотором режиме несовершенной координации в движении. Очевидно, что подобного рода режим не сводится к состоя-

ниям статического или межвременного равновесия между спросом и предложением. Это совершенно иной взгляд на экономическое развитие и, на наш взгляд, он имеет право на существование.

## Заключение

В настоящем докладе мы сформулировали лишь фрагменты теории перекрывающихся поколений основного капитала. Главной задачей было выяснить, как действует экономический стержень OLGС-модели – расширяющийся (под действием эмиссии) мезоэкономический механизм кругооборота денежных средств. Эта, казалось бы, тривиальная задача, на самом деле относится к числу нерешенных. До сих пор неясно, как это круговое движение происходит на мезоуровне, т.е., каким образом деньги циркулируют по замкнутому контуру между мезоэкономическими субъектами: подсистемами  $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$  и домашними хозяйствами  $\{H_1, H_2, \dots, H_N\}$ .

Проведенный анализ показал, что замкнутые контуры денежного обращения обнаруживают себя на мезоуровне, если иметь дело с переключающимся режимом воспроизводства, в рамках которого ключевую роль играет процесс конвертации амортизации (а также прибыли и привлеченных денежных средств) подсистем в денежные доходы домашних хозяйств. Именно эта конвертация, замыкающая движение денег и превращающая данное движение в кругооборот, оказалась, на наш взгляд, камнем преткновения в тех исследованиях, которые пытались решить проблему кругооборота денег на мезоуровне экономики.

Отметим, наконец, переключающийся режим воспроизводства удастся обнаружить лишь тогда, когда экономика рассматривается как система, состоящая из перекрывающихся поколений основного капитала. В иных ракурсах данный режим не виден.

Таковы в общих чертах основные фрагменты теории перекрывающихся поколений основного капитала. Сколь полезны они для фундаментальной науки, покажет время.

## Приложение

### Алгоритм адаптационного расчета<sup>12</sup>

При проведении адаптационного расчета по экономике США использовались уравнения математической модели OLGC с условиями  $\Sigma MY_i = 0$  (условие баланса инвестиционного банка) и количеством оборотов наличных денег в течение года  $V=15$ . Исходя из среднего срока жизни основного производственного капитала, было принято количество подсистем  $N=10$ .

Адаптационный расчет состоит из 2-х этапов:

1. Этап предварительной настройки всей совокупности подсистем в режиме идеальной координации на средний экспоненциальный тренд номинального ВВП экономики США периода 1947–2010 гг. Численные эксперименты показали, что для предварительной настройки требуется начать расчеты по модели задолго до наступления периода 1947–2010 гг. (рис. А). Для простоты был принят период предварительной настройки, равный 146 «модельных» лет, чтобы 1947 год соответствовал 147-му «модельному» году.

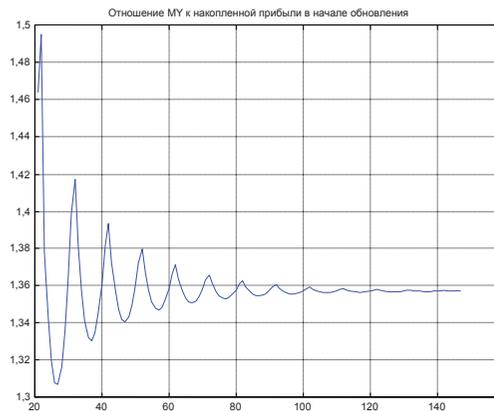


Рис. А. Соотношение между накопленными амортизацией и прибылью (в начале периода обновления) в режиме совершенной координации.

12. Расчет проводился в среде Matlab.

2. Этап непосредственной адаптации, при которой годовые предсказания модели корректируются статистическими значениями номинального ВВП США.

Рассмотрим оба этапа подробнее.

1. Предварительная настройка. Средний экспоненциальный тренд определяется при помощи стандартной процедуры аппроксимации экспонентой. Она определяет темп роста идеальной косички в годах 1–146 и значение ВВП в 146 «модельном» году. Однако получающийся высокий коэффициент роста отдельной подсистемы при ее обновлении ( $g=2,1$ ) дал сильный дисбаланс в пользу накопленной прибыли в общем балансе средств на начало года обновления. Поэтому был принят  $g = 1,6$ .

2. Непосредственная адаптация: учет ежегодной инфляции.

2.1. В течение года у всех подсистем, производящих потребительские блага, на каждом расчетном шаге происходит увеличение продуктов  $Y_i$  с одинаковым темпом роста. Шаговый коэффициент определяется по формуле:  $infl = \sqrt[N]{Infl}$ , где  $infl$  – шаговый коэффициент;

$Infl$  – годовой индекс инфляции;

$N$  – количество расчетных шагов за год (в расчетах  $N=300$ ).

2.2. Скорость роста заработной платы в течение года во всех подсистемах принималась равной скорости инфляции, хотя возможен вариант ее меньшего роста или роста с задержкой.

2.3. Основной капитал подсистем не подвержен инфляции. Вместе с тем, чистая прибыль, образующаяся от увеличившегося потока продаж, подвержена инфляции.

2.4. В год обновления основной капитал возрастает на величину чистой прибыли, умноженной на величину индекса инфляции ( $Infl_{\Sigma}$ ) за весь цикл. Он получается перемножением соответствующих годовых индексов инфляции.

$$K = (K' + \Delta K)Infl_{\Sigma} .$$

2.5. В год обновления продукт вырастает по формуле:

$$\frac{Y}{Y'} = g = 1 + \frac{\Pi}{K'Infl_{\Sigma}} ,$$

где  $Y$  – продукт;

$K$  – основной капитал;

$\Pi$  – прибыль за время работы на рынок;

$Infl_{\Sigma}$  – индекс инфляции за весь цикл.

Реальный темп роста продукта  $g$  очищен от инфляции, поэтому значению прибыли, содержащей инфляцию, соотносится произведение неизменного капитала, умноженного на индекс инфляции за весь цикл.

3. Если статистический ВВП больше модельного, рост последнего происходит только за счет обновляющейся подсистемы ровно на необходимую разницу. Капитал подсистемы высчитывается по формуле:

$$K = K' * \frac{Y}{Y'} * Infl_{\Sigma}.$$

4. Если статистический ВВП меньше модельного, то происходит снижение продуктов и капиталов всех подсистем. Рассматривался случай неравномерного снижения – более молодые и более старые подсистемы сокращаются сильнее по Гауссу (рис. Б).

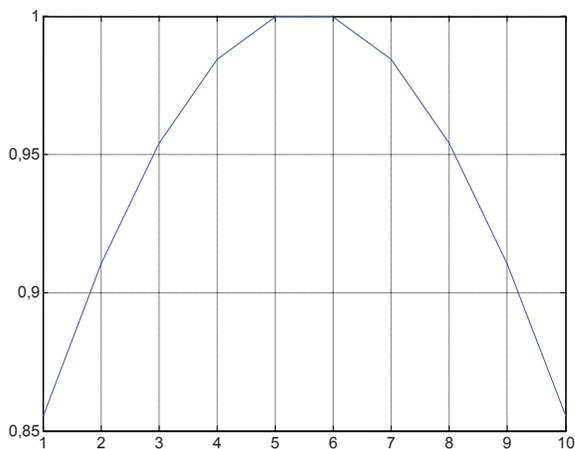


Рис Б. Коэффициенты потребительских предпочтений  $z_i$  в случае превышения рассчитанного ВВП над статистическим. По оси абсцисс – номера подсистем

Пропорционально сниженному продукту снижается и капитал, т.е. предполагается сокращение производства. Аналогичное

изменение конъюнктуры отражается с помощью коэффициентов  $z_i$  (см. (1)).

5. В процессе расчетов обнаружилось, что условие  $\Sigma MY = 0$  при введении инфляции не всегда выполняется, поэтому осуществлялась коррекция, состоящая в высчитываемой раз в год добавке к  $\Delta Mh$ .

1. Таким образом, общая сумма вброса денег в домашние хозяйства:

$$Thr = ke * (Y_+ - Y'_+) - \Sigma MY,$$

где  $ke$  – коэффициент эмиссии,  $ke = 1/V$ ;

$Y_+$  – суммарный продукт подсистем, выпускающих потребительские товары;

$\Sigma MY$  – значение суммы  $MY$ . Слагаемое появляется только в случае  $\Sigma MY < 0$ .

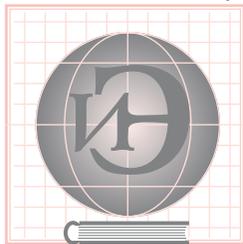
## Литература

- Автономов В.В.* (2006). Методологические проблемы современной экономической науки // Вестник Российской академии наук. Том 76, № 3.
- Глазьев С.Ю.* (1993). Теория долгосрочного технико-экономического развития. - М.: ВладДар.
- Дози Дж.* (2012). Экономическая координация и динамика: некоторые особенности альтернативной эволюционной парадигмы // Вопросы экономики. № 12.
- Кури Х. Д., Сальвадори Н.* (2004). Теория производства: долгосрочный анализ. М.: Финансы и статистика.
- Маевский В.И.* (1997). Введение в эволюционную макроэкономику. М.: Япония сегодня, 1997.
- Маевский В.* (2010). Воспроизводство основного капитала и экономическая теория // Вопросы экономики. № 3.
- Маевский В.И., Малков С.Ю.* (2013). Новый взгляд на теорию воспроизводства. М.: ИНФРА-М.
- Маевский В.И., Малков С.Ю.* (2014). Перспективы макроэкономической теории воспроизводства // Вопросы экономики. № 4.
- Маевский В.И., Малков С.Ю., Рубинштейн А.А.* (2015). Особенности и проблемы моделирования переключающегося воспроизводства // Экономика и математические методы. 2015. Том 51. № 1.
- Маркс К.* (2011). Капитал. Критика политической экономии. М.: Эксмо. Т. II. Глава XX.
- Сенчагов В.К., Митяков С.Н.* (2011). Использование индексного метода для оценки уровня экономической безопасности // Вестник Академии экономической безопасности МВД России. № 5.
- Туган-Барановский М.И.* (2008). Теория рынка // Ф. Кенэ, А.Р.Ж. Тюрго, П.С. Дюпон де Немур: Физиократы. Избранные экономические произведения / Предисл. П.Н. Ключкина. М.: Эксмо.

- Яременко Ю.В. (2000). Теория и методология исследования многоуровневой экономики. М.: Наука.
- Acemoglu D. (2008). "Growth with Overlapping Generations". Introduction to Modern Economic Growth. Princeton University Press. P. 327–358.
- Baumol W. (2004). Red-Queen Games: Arm Races, Rule of Law and Market Economies. – Journal of Evolutionary Economics, vol. 14, No 2.
- Blanchard O.J., Fischer S. (1989). "The Overlapping Generations Model". Lectures on Macroeconomics. Cambridge: MIT Press. P. 91–152.
- Diamond P. (1965). "National debt in a neoclassical growth model". American Economic Review. 55 (5): 1126–1150.
- Dopfer K., Foster J., Potts J. (2004). Micro-meso-macro. J Evol Econ 14: 263–279.
- Foster J. (2011) Evolutionary macroeconomics: a research agenda. J Evol Econ 21, p. 14
- Friman C., Perez C. (1988). Structural Crises of Adjustment, Business Cycles and Investment Behavior // Technical Changes and Economic Theory. London and New York: Pinter Publishers. Pp. 38–66.
- Hagemann H., Landesmann M., Scazzieri R. (eds) (2003). The Economics of Structural Change. Volume II: Growth, Cycles and Technological Change: Structural Approaches. Edward Elgar.
- Ingham G. (2004). The Nature of Money. Polity Press. Cambridge. UK.
- Maevsky V., Malkov S. (2014). New Reproduction Theory for Modern Knowledge Economy: Modeling / In "Socio Economic and Technological Innovation: Mechanism and Institutions /eds. K. Mandal, N. Asheulova, S. Kirdina. Narosa Publishing House Pvt. Ltd. P. 93–112.
- Metcalfe J.S. (1998). Evolutionary Economics and Creative Destruction. L.: Routledge.
- Metcalfe J.S., Ramlogan R. (2006). Restless Capitalism: A Complexity Perspective on Modern Capitalist Economies // Complexity and Evolution / E. Garnsey, J. McGlade (eds.). Cheltenham: Edward Elgar.
- Rogers E.M. (2003). Diffusion of Innovations (5<sup>th</sup> ed.). New York: Free Press.

- Romer D.* (2006). “Infinite-Horizon and Overlapping-Generations Models”. *Advanced Macroeconomics* (3rd ed.). New York: McGraw Hill. 2006. PP. 47–97.
- Zodrow, G.R. & Diamond, J. W.* (2013). “Dynamic Overlapping Generations Computable General Equilibrium Models and the Analysis of Tax Policy: The Diamond-Zodrow Model.” *Handbook of Computable General Equilibrium Modeling*, Elsevier, 5. Vol. 1. P. 743–813.

Российская академия наук



Институт экономики

Редакционно-издательский отдел:

Тел.: +7 (499) 129 0472

e-mail: [print@inecon.ru](mailto:print@inecon.ru)

Сайт: [www.inecon.ru](http://www.inecon.ru)

*Научный доклад*

**Маевский В.И., Малков С.Ю., Рубинштейн А.А.**

Теория и модель перекрывающихся поколений основного капитала

Оригинал-макет *Валериус В.Е.*

Редактор *Полякова А.В.*

Компьютерная верстка *Сухомлинов А.Р.*

Подписано в печать 28.05.2015. Заказ № 19

Тираж 300 экз. Объем 2,0 уч.-изд. л.

Отпечатано в ИЭ РАН

ISBN 978-5-9940-0528-6



9 785994 005286